Semaine du 14 Octobore - Planche n° 1

Exercice n° 1 :

(Question de cours) : Propriétés algébriques du logarithme et de l'exponentielle (Propriétés 4 et 9 du Chapitre 7).

Exercice n° 2 :

(Systèmes linéaires) : Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x - y + z + t & = 0 \\ x - 2y + z - t & = 1 \\ x + y + 2z + t & = -1 \end{cases}$$

Exercice n° 3 :

(Fonctions usuelles) : Soit f la fonction définie par $f : x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto x^x$.

1. Donner les limites de f en 0 et $+\infty$.
2. Étudier les variations de f.
3. On prolonge f par continuité, en posant $f(0) = 1$. En utilisant que $\lim\limits_{u \to 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$ vérifier que le graphe de f possède une tangente verticale au point d'abscisse 0.

Semaine du 14 Octobre - Planche n° 2

Exercice n° 1 :
(Question de cours) : Propriétés algébriques des puissances (Propriétés 13 du Chapitre 7).

Exercice n° 2 :
(Systèmes linéaires) : Résoudre les systèmes suivant :

$$(S_1) : \begin{cases} x - y & = 2 \\ 2x + 2y - z & = -2 \\ -x - y + 2z & = 4 \end{cases} \qquad (S_2) : \begin{cases} x - y & = 2 \\ 2x + 2y - z & = -2 \\ -x - y + \frac{1}{2}z & = 4 \end{cases}$$

Exercice n° 3 :
(Fonctions usuelles) : On défnit une fonction f par $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

1. Étudier complètement la fonction f, et tracer une allure de sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$
2. Déterminer tous les couples d'entiers (a, b) tels que $2 \leq a < b$ et $a^b = b^a$.
3. Entre e^π et π^e, quel est le nombre le plus grand ?

Semaine du 14 Octobore - Planche n° 3

Exercice n° 1 :

(Question de cours) : Croissances comparées (Propriétés 15 du Chapitre 7).

Exercice n° 2 :

(Systèmes linéaires) : Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système suivant :

$$\begin{cases} x+y-z & =1 \\ x+2y+az & =-2 \\ 2x+ay+2z & =3 \end{cases}$$

1. possède une unique solution.
2. ne possède pas de solutions.
3. possède une infinité de solutions.

Exercice n° 3 :

(Fonctions usuelles) : Pour tout réel strictement positif m, on définit la fonction f_m par

$$f_m(x) = \ln(e^x + me^{-x})$$

et on notera $\mathcal{C}_m$ la courbe représentative de la fonction f_m.

1. Quel est le domaine de définition des fonctions f_m ?
2. Étudier les variations de la fonction f_m, puis montrer que $\mathcal{C}_m$ admet deux asymptotes dont l'une est commune à toutes les courbes de la famille.
3. Quelle transformation simple faut-il effectuer à partir de la courbe $\mathcal{C}_1$ pour obtenir la courbe $\mathcal{C}_m$?